

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
города Новосибирска

«Лицей №22 «Надежда Сибири»

Корпус 22: г. Новосибирск, ул. Советская, 63, тел. 222-35-15, e-mail: l_22@edu54.ru

Корпус 99: г. Новосибирск, ул. Чаплыгина, 59, тел. 223-74-15, e-mail: s_99@edu54.ru

РАССМОТРЕНО на заседании кафедры математического образования, протокол № 1 от 19.08.2025  Максупова С.Н.	СОГЛАСОВАНО Протокол № 3 от 29.08.2025 Заместитель директора  Н.А. Дашилова
---	---

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по теории элементарных функций

10 - 11 ИП (11 ИП)

(уровень среднего общего образования)

(углубленный уровень)

Разработчик:

Максунова Светлана Николаевна, ВКК

Рябова Марина Сергеевна, КПН, ВКК

Новосибирск, 2025

1. Пояснительная записка

Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся. В соответствии с названием концепции математическое образование должно, в частности, решать задачу обеспечения необходимого стране числа выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования по различным направлениям, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др., а также обеспечения для каждого обучающегося возможности достижения математической подготовки в соответствии с необходимым ему уровнем. Именно на решение этих задач нацелена рабочая программа углублённого уровня. В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без хорошей математической подготовки. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число специальностей, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг обучающихся, для которых математика становится значимым предметом, фундаментом образования, существенно расширяется. В него входят не только обучающиеся, планирующие заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, информатики, физики, экономики и в других областях, но и те, кому математика нужна для использования в профессиях, не связанных непосредственно с ней. Прикладная значимость математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения, функциональные зависимости и категории неопределённости, от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Во многих сферах профессиональной деятельности требуются умения выполнять расчёты, составлять алгоритмы, применять формулы, проводить геометрические измерения и построения, читать, обрабатывать, интерпретировать и представлять информацию в виде таблиц, диаграмм и графиков, понимать вероятностный характер случайных событий. Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе всё более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым формируют логический стиль мышления. Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач — основы для организации учебной деятельности на уроках математики — развиваются творческая и прикладная стороны мышления. Обучение математике даёт возможность развивать у учащихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления. Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания действительности, представление о предмете и методе математики, его отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач. Таким образом, математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

Приоритетными целями обучения математике в 10–11 классах на углублённом уровне продолжают оставаться:

формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат

для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Модуль «Теория элементарных функций» тесно переплетается с другими модулями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этого модуля нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Программа составлена для специализированного инженерного класса (профиль IT).

Учебный план на углубленное изучение теории элементарных функций в 10 и 11 классах средней школы отводит соответственно 1 и 0,3 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего 45 учебных часов, реализуется за счет обязательной части учебного плана.

Программа реализуется в 2023–2026 году.

Учебный год	Количество часов	
	10 класс	11 класс
2024/2025	33	
2025/2026		9

К тематическому планированию применяется модульный принцип построения образовательной программы, выделяются следующие модули: теория элементарных функций, уравнения, неравенства и их конструкции, тригонометрия, начала математического анализа, расширение понятия числа: комплексные числа, теория чисел, нестандартные методы решения уравнений, неравенств и их конструкций. Модульный принцип оценивания результатов образовательной деятельности по предмету позволяет выстраивать индивидуальную образовательную траекторию и обеспечивать саморазвитие при индивидуальном темпе работы с учебным материалом, контроль и самоконтроль знаний.

Используемые образовательные технологии, в том числе дистанционные

Обучение алгебре и началам математического анализа может осуществляться с использованием дистанционных образовательных технологий (далее ДОТ), которое предполагает изучение учебного материала обучающимися как при опосредованном взаимодействии с учителем через образовательные платформы, так и при непосредственном взаимодействии с учителем. При применении ДОТ используются платформы: лицейская платформа дистанционного обучения Moodle, ФГИС «Моя школа», ГИС «Электронная школа» Новосибирской области, Сферум.

При обучении вероятности и статистике на уровне основного общего образования используются следующие технологии:

- технологии уровневой дифференциации – это организация учебной деятельности учащихся по условным микрогруппам, члены которых близки (сходны) по способностям, интересам, навыкам и умениям в изучении учебного материала, а иногда по психическому состоянию. Используется дифференциация по объему учебного материала; по уровню сложности учебных заданий; по характеру помощи и степени самостоятельности учащихся.
- групповые и коллективные технологии - технологии обучения, при которых ведущей формой учебно-познавательной деятельности учащихся является групповая. При групповой форме деятельности класс делится на группы для решения конкретных учебных задач, каждая группа получает определенное задание (либо одинаковое, либо дифференцированное) и выполняет его сообща под непосредственным руководством лидера группы или учителя.
- информационно-коммуникационные технологии, которые предполагают самостоятельное обучение с отсутствием или отрицанием деятельности учителя; частичную замену (фрагментарное, выборочное использование дополнительного материала); использование тренировочных программ; использование компьютера для вычислений, построения графиков; использование информационно-справочных программ. Используются мультимедийные сценарии уроков; проверка знаний на уроке и дома (самостоятельные работы, математические диктанты, контрольные и самостоятельные работы, онлайн тесты); платформы для подготовки к ЕГЭ.
- проблемное обучение - это современная технология образования или подход к организации учебно-воспитательного процесса, основанный на постановке проблемной ситуации, требующей от учащихся её самостоятельного решения. Использование данного типа обучения нацелено на развитие познавательной активности учащихся и навыков самостоятельной деятельности. Учащимся не даётся информация в готовом виде. Знания им необходимо добывать, используя для этого свой опыт деятельности, творческий потенциал, ранее усвоенные знания.
- проектное обучение — это педагогическая технология, ориентированная на самостоятельную, исследовательскую и творческую деятельность учащихся, направленную на решение конкретной проблемы или задачи, в проектном обучении ученик становится активным участником образовательного процесса.

При реализации рабочей программы могут быть использованы материалы для подготовки к профилям олимпиады КД НТИ и стандартов Всероссийского чемпионатного движения по профессиональному мастерству «Профессионалы».

Информация о промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется по окончании учебного модуля с целью проверки степени и качества усвоения материала по результатам изучения тематических модулей и проводится в форме письменных контрольных работ и защиты проектов.

Текущий контроль осуществляется с целью проверки степени и качества усвоения материала в ходе его изучения в следующих формах: самостоятельные и проверочные работы.

Текущий контроль и промежуточная аттестация осуществляются в соответствии с «Положением об осуществлении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, их формах, периодичности и порядке проведения муниципального автономного общеобразовательного учреждения города Новосибирска «Лицей № 22 «Надежда Сибири» (протокол педагогического совета №1 от 29.08.2023 с изменениями от 22.05.2025).

Итоговая аттестация проводится в соответствии с законодательством РФ

Промежуточная аттестация по теории элементарных функций в 10 классе

№ модульной	Название модуля	Количество часов в модуле	Номер урока ПА	Форма ПА
	Повторение и расширение сведений о функции	7	нет ПА	
МР № 1	Степенная функция	11	18	Контрольная работа
МР № 2	Иррациональные уравнения	15	27	Контрольная работа
МР № 3	Задачи из различных областей науки и реальной жизни.	6	33	Контрольная работа
	Всего: 33 часа			

Промежуточная аттестация по теории элементарных функций в 11 классе

№ модульной	Название модуля	Количество часов в модуле	Номер урока ПА	Форма ПА
МР № 1	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики	9	9	Контрольная работа

2. Содержание учебного предмета

10 класс

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке. Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков. Степенная функция с натуральным и целым, рациональным показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем. Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей. Иррациональные уравнения и неравенства. Различные приёмы решения иррациональных уравнений, неравенств и их систем.

11 класс

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Использование графиков функций для решения уравнений.

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения простейших задач с параметрами с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни

3. Личностные, метапредметные и предметные результаты освоения содержания курса

Освоение учебного предмета «Теория элементарных функций» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетическое воспитание:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате изучения теории элементарных функций на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы познавательные универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, регулятивные универсальные учебные действия, совместная деятельность.

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или не достижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Освоение учебного курса «Теория элементарных функций» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

10 класс

Выпускник научится:

свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, выполнять элементарные преобразования графиков функций;

свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке;

свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым, рациональным показателем, график степенной функции с натуральным, целым и рациональным показателем, график корня n -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем;

оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции, выполнять элементарное исследование и построение их графиков;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать, формулами зависимости между величинами;

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций.

Применять знания по теме для решения уравнений и неравенств, в том числе с параметром.

Выпускник получит возможность:

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости; свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;

применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

11 класс

Выпускник научится:

использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений;

свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики, использовать их графики для решения уравнений;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;

применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Выпускник получит возможность:

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости; свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;

применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

.

4. Тематическое планирование

10 класс

Перечень и название разделов и тем курса по модулям – тематически завершенным содержательным разделам	Количество часов	Практические и лабораторные работы, творческие и практические задания, экскурсии и другие формы занятий, используемые при обучении.
Модуль 1. Повторение и расширение сведений о функции (7 часов)		
Функции и их свойства	3	Самостоятельные работы
Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований	2	Самостоятельные работы
Обратная функция	1	Самостоятельные работы
Равносильные уравнения и неравенства	1	Самостоятельные работы
Модуль 2. Степенная функция (11 часов)		
Степенная функция с натуральным и целым показателем	2	Самостоятельные работы
Определение корня n-й степени. Функция $y = \sqrt[n]{x}$	2	Самостоятельные работы
Свойства корня n-й степени	2	Самостоятельные работы
Степень с рациональным показателем и её свойства	4	Самостоятельные работы
Модульная работа № 1	1	

Модуль 3. Иррациональные уравнения (15 часов)		
Иррациональные уравнения	1	Самостоятельные работы
Различные приёмы решения иррациональных уравнений и их систем	4	Самостоятельные работы
Иррациональные неравенства	3	Самостоятельные работы
Модульная работа № 2	1	
Обобщение и систематизация курса алгебры 10 класса	5	Самостоятельные работы
Модульная работа №3. Итоговая контрольная работа за курс алгебры 10 класса в формате ЕГЭ	1	

11 класс

Перечень и название разделов и тем курса по модулям – тематически завершенным содержательным разделам	Количество часов	Практические и лабораторные работы, творческие и практические задания, экскурсии и другие формы занятий, используемые при обучении.
Модуль 1. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики (9 часов)		
Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция	3	Самостоятельные работы
Логарифм и его свойства	1	Самостоятельные работы

Логарифмическая функция и ее свойства	2	Самостоятельные работы
График композиции функций.	2	Самостоятельные работы
Модульная работа № 1	1	

5. Тематическая карта модулей

Предмет: теория элементарных функций

Класс: 10 ИП

Модуль 1: Повторение и расширение сведений о функции (7 часов)

Содержание модуля	Перечень практических работ	Планируемые предметные результаты	Ресурсы
Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Линейная, квадратичная и	Модульная работа - нет	Оперировать понятиями: функция, способы задания функции; взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства; линейная, квадратичная, дробно-линейная функции. Выполнять элементарные преобразования графиков функций. Знать и уметь доказывать чётность или нечётность функции, периодичность функции, находить промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Формулировать и иллюстрировать графически свойства линейной, квадратичной, дробно-линейной функций. Выражать формулами зависимости между величинами.	УМК Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.

дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение графиков этих функций.			
---	--	--	--

Предмет: теория элементарных функций

Класс: 10 ИП

Модуль 3: Степенная функция (11 часов)

Содержание модуля	Перечень практических работ	Планируемые предметные результаты	Ресурсы
Степенная функция. Степенная функция с натуральным (целым) показателем. Свойства степенной функции с натуральным (целым) показателем. График степенной функции с натуральным (целым) показателем. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее свойства. Свойства корня n-ой степени. Степень с рациональным показателем и её свойства.	Модульная работа № 1	Оперировать понятиями корня n-й степени, арифметического корня n-й степени, распознавать и строить график функции $y = \sqrt[n]{x}$, степени с рациональным показателем. уметь распознавать степенную функцию с натуральным (целым, рациональным) показателем, строить графики, применять умения при решении задач. использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений; выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем; Строить график композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции. Формулировать и иллюстрировать графически свойства функции.	УМК Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.

Предмет: теория элементарных функций

Класс: 10 ИП

Модуль 3: Иррациональные уравнения (15 часов)

Содержание модуля	Перечень практических работ	Планируемые предметные результаты	Ресурсы
Иррациональные уравнения и неравенства. Основные методы решения иррациональных уравнений, неравенств и систем. Метод равносильных преобразований для решения иррациональных уравнений (неравенств). Метод следствий для решения иррациональных уравнений и неравенств.	Модульная работа № 2,3	Формировать умение решать иррациональные уравнения и неравенства различными методами, методом следствий и методом равносильных переходов, с применением свойств функций. свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия, равносильные неравенства; иррациональные уравнения (неравенства), находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней; система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных и иррациональных уравнений и неравенств; применять различные методы решения иррациональных уравнений и неравенств (систем); решать рациональные, иррациональные уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры; моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.	УМК Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.

Предмет: теория элементарных функций

Класс: 11 ИП

Модуль 1: Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики (9 часов)

Содержание модуля	Перечень практических работ	Планируемые предметные результаты	Ресурсы
Степень с произвольным действительным показателем Показательная функция, ее свойства и график Графический метод решения простейших показательных уравнений и неравенств Понятие логарифма. Логарифмическая функция, ее свойства и график Графический метод решения простейших логарифмических уравнений и неравенств Показательная и логарифмическая функция в задачах ЕГЭ. композиции функций.	Модульная работа № 1	Формулировать определение степени с рациональным показателем. Использовать цифровые ресурсы для построения графика показательной функции и изучения её свойств. Давать определение логарифма числа; Строить график логарифмической функции как обратной к показательной и использовать свойства логарифмической функции для решения задач. По графической модели графика показательной и логарифмической функций задавать аналитическую модель, отвечать на вопросы. График композиции функций.	УМК Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.

6. Приложение к рабочей программе

Учебно-методическое обеспечение учебного процесса предусматривает использование по теории элементарных функций линию УМК Мерзляка. Алгебра (10-11). В состав УМК входят:

- Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник: углубленный уровень / Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М. – М.: Просвещение, 2022;
- Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Углубленный уровень. Методическое пособие - Буцко Е.В., Мерзляк А.Г. и др. – М: Вентана-Граф, 2019
- Алгебра. 10 класс. Самостоятельные и контрольные работы. Углубленный уровень. Мерзляк А.Г., Якир М.С., Полонский В.Б. – М: Вентана-Граф: 2021;
- Математика. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник: углубленный уровень / Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М. – М.: Просвещение, 2021
- Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Углубленный уровень. Методическое пособие - Буцко Е.В., Мерзляк А.Г. и др. – М: Вентана-Граф, 2019
- Алгебра. 11 класс. Самостоятельные и контрольные работы. Углубленный уровень. Мерзляк А.Г. М: Вентана-Граф, 2020

Материально-техническое обеспечение:

1. Библиотечный фонд

1. Нормативные документы:
 - Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Математика (углублённый уровень) для 10–11 классов образовательных организаций;
 - Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования.
2. Учебники по алгебре и началам анализа для 10 и 11 классов.
3. Учебные пособия: методическое пособие, дидактические материалы.
4. Научная, научно-популярная, историческая литература.
5. Справочные пособия (энциклопедии, словари, справочники по математике и т. п.).
6. Методические пособия для учителя.

2. Печатные пособия

1. Портреты выдающихся деятелей математики.

3. Информационные средства

1. Федеральный центр информационно – образовательных ресурсов (ФЦИОР) <http://fcior.edu.ru>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (ЕК) <http://school-collection.edu.ru>
3. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru>
4. Российский общеобразовательный портал <http://www.school.edu.ru>
5. Федеральный портал «Информационно - коммуникационные технологии в образовании» <http://www.ict.edu.ru>
6. Математические этюды www.etudes.ru
7. Фестиваль ученических работ «Портфолио» («Первое сентября») <https://portfolio.1september.ru>
8. Интернет-журнал «Эйдос». Основные рубрики журнала: «Научные исследования», «Дистанционное образование», «Эвристическое обучение». www.eidos.ru/journal/content.htm
9. Математика на портале «Открытый колледж» www.college.ru/mathematics

10. Головоломки для умных людей. На сайте можно найти много задач (логических, на взвешивание и др.), вариации на тему кубика Рубика, электронные версии книг Р.Смаллиана, М. Гарднера, Л. Кэрролла. www.golovolomka.hobby.ru
 11. Большая библиотека, содержащая как книги, так и серии брошюр, сборников по математике www.math.ru/lib
 12. Электронная версия журнала «Квант» www.kvant.mccme.ru
 13. Математические олимпиады и олимпиадные задачи для школьников. www.zaba.ru
 14. Сайт поддержки Международной математической игры «Кенгуру» www.kenguru.sp.ru
 15. Московский центр непрерывного математического образования www.mccme.ru
 16. Федеральный центр тестирования www.rustest.ru
 17. РосОбрНадзор www.obrnadzor.gov.ru
 18. Российское образование. Федеральный портал edu.ru
 19. Федеральное агентство по образованию РФ ed.gov.ru
 20. Федеральный совет по учебникам Министерства образования и науки Российской Федерации <http://fsu.edu.ru>
 21. Открытый банк заданий по математике <http://www.mathgia.ru>
 22. Сайт Александра Ларина <http://alexlarin.net/>
 23. Мультимедийные обучающие программы и электронные учебные издания по основным разделам курса математики.
 24. Электронная база данных для создания тематических и итоговых разноуровневых тренировочных и проверочных материалов для организации фронтальной и индивидуальной работы.
 25. Инструментальная среда по математике.
4. *Экранно-звуковые пособия*
Видеоролики по истории развития математики, математических идей и методов.
 5. *Технические средства обучения*
 1. Мультимедийный компьютер.
 2. Мультимедиапроектор.
 3. Интерактивная доска.
 6. *Учебно-практическое и учебно-лабораторное оборудование*
 1. Комплект чертежных инструментов (классных и раздаточных): линейка, транспортир, угольник (30°, 60°), угольник (45°, 45°), циркуль.
 2. Комплект для моделирования (цветная бумага, картон, калька, клей, ножницы, пластилин).

Темы проектов

1. Периодические функции.
2. Определение элементарных функций с помощью функциональных уравнений Коши.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
4. Числовые функции теории чисел
5. Выпуклые функции и доказательство неравенств.

Контрольно-измерительные материалы

10 класс

Модуль № 1

Демонстрационный вариант контрольной работы по математике по теме «Степенная функция» 10 кл

1. Функция задана формулой $f(x) = x^{14}$. Сравните:

- 1) $f(5,6)$ и $f(2,4)$; 3) $f(4,5)$ и $f(-4,5)$;
2) $f(-2,8)$ и $f(-7,3)$; 4) $f(0,3)$ и $f(-0,8)$.

2. Найдите значение выражения:

- 1) $5\sqrt[4]{16} - 2\sqrt[3]{-216} - \sqrt[6]{64}$; 3) $\sqrt[6]{3^{12} \cdot 2^{18}}$;
2) $\sqrt[4]{0,0081 \cdot 256}$; 4) $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$.

3. Чётным или нечётным является натуральное число n в показателе степени функции $f(x) = x^{-n}$, если:
1) $f(-2) < f(1)$; 2) $f(-2) < f(-1)$; 3) $f(2) < f(1)$?

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-4}$ на промежутке $[2; 4]$.

5. Упростите выражение:

- а) $(x^{\frac{1}{6}} + 2)(x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{6}} + 4)$ 1) $a^{\frac{4}{9}}a^{\frac{7}{18}}$;
2) $a^{\frac{5}{12}} : a^{\frac{1}{8}}$;
3) $(a^{-0,6})^3 \cdot (a^{-1,2})^{-4} : (a^{0,5})^{-3}$;
б) $2a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} - 4) + 8a^{\frac{1}{2}}$ 4) $(a^{\frac{7}{36}}b^{\frac{21}{30}})^{\frac{6}{7}}$;
или

Упростите выражение:

- 1) $\sqrt[28]{a^7}$; 3) $\sqrt[6]{m^6}$, если $m \leq 0$;
2) $\sqrt[5]{b^3 \sqrt[4]{b^3}}$; 4) $\sqrt[10]{(x-2)^{10}}$, если $x \geq 2$.

6. Постройте график функции:

- 1) $y = x(\sqrt[4]{x})^4$; 2) $y = (\sqrt[8]{2+x})^8 + (\sqrt[6]{2-x})^6$.

Определите графически количество решений системы уравнений

$$\begin{cases} y = x^{-2}, \\ y = x^5 - 2. \end{cases}$$

7. Вынесите множитель из-под знака корня:

- 1) $\sqrt[4]{32a^6}$, если $a \leq 0$; 3) $\sqrt[6]{a^7b^7}$, если $a < 0, b < 0$;
2) $\sqrt[4]{-625a^5}$; 4) $\sqrt[6]{a^{20}b^{19}}$, если $a > 0$.

Внесите множитель под знак корня:

- 1) $a\sqrt[4]{2}$, если $a \geq 0$; 4) $ab\sqrt[4]{ab^2}$, если $b \leq 0$;
2) $mn\sqrt[4]{\frac{1}{m^3n^3}}$; 5) $b\sqrt[6]{6}$;
3) $ab\sqrt[6]{\frac{6}{a^3b^2}}$, если $a > 0, b < 0$; 6) $a\sqrt[6]{-a}$.

8. Упростите выражение:

$$\left(\frac{\sqrt[6]{x} + 6}{\sqrt[6]{x} + 2} - \frac{\sqrt[6]{x} + 2}{\sqrt[6]{x} - 2} + \frac{6}{\sqrt[3]{x} - 4} \right) : \frac{5}{\sqrt[3]{x} - 4}.$$

9. Нестандартное задание:

Докажите, что $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = 4$. или

В зависимости от значения параметра a определите количество корней уравнения:

- 1) $(x-a)\sqrt[4]{x+1} = 0$; 3) $(x-a)(\sqrt[4]{x} - 1) = 0$.
2) $(x-a)(\sqrt[4]{x} + 1) = 0$;

или...

Спецификация контрольной работы по теме «Степенная функция» 10 кл.

№ задания	Проверяемый элемент содержания	Проверяемые умения и способы действий	Уровень сложности задания (базовый, повышенный)	Максимальный балл за выполнение задания
1	Сравнить значения функции в различных точках области определения	Знание свойств функции для сравнения значений функции в точках	Б	2
2	Вычисление значений иррациональных выражений	Знание свойств функций для вычисления и преобразования выражений. Умение находить значения выражений, содержащих корни и степени. Запись решения Запись решения и ответа	Б	3
3	Наибольшее/наименьшее значение функции на промежутке (или другое свойство)	Знание свойств функций для определения для вычисления значения выражения функции на промежутке или ответ на другой вопрос – свойства функции. Запись решения и ответа	Б	2
4	График функции с преобразованиями. Свойства функции.	Умение строить график функции, применяя преобразования графиков. Запись решения	Б	3
5	Упрощение выражения, содержащего корень или степень.	Умение применять знания по теме при упрощении выражения, содержащего корень или степень. Запись решения	Б	3
6	График функции, содержащий корень или степень. Свойства функции.	Умение строить график функции, с учетом их свойств и преобразований необходимых для построения итогового графика функции. Запись решения и ответа	П	3
7	Преобразование выражения, содержащего корень или степень с учетом свойств функции.	Умение применять знания по теме при преобразовании выражения, содержащего корень или степень с учетом свойств функции. Запись решения	П	3
8	Упрощение выражения, содержащего корень или степень.	Умение применять знания по теме при упрощении выражения, содержащего корень или степень. Запись решения	П	4
9	Решить уравнение с параметром или другое нестандартное задание	Умение решать простейшие уравнения с параметром, учитывая свойства функции. ИЛИ выполнение другого нестандартного задания. Запись решения и ответа	П	4
				Всего:27

Оценка выполнения работы

Отметка за работу ставится в соответствие со следующей шкалой:

Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»
Процент выполнения работы	0 – 45%	46 – 69%	70 – 86%	87 – 100%
Количество баллов	0-12	13-18	19-22	23-27

Модуль № 2

Демонстрационный вариант контрольной работы по математике по теме «Иррациональные уравнения» 10 кл.

1. Решите уравнение (1-2 ур-я)

1) $\sqrt{(2x+3)(x-4)} = x-4$;

2) $\sqrt{(x-2)(2x-5)} + 2 = x$;

3) $(x+2)\sqrt{x^2-x-20} = 6x$

4) $(x+1)\sqrt{x^2-5x+5} = x+$
2. Решите уравнение (1-2 ур-я)

Решите уравнение:

1) $\sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} = 2$;

2) $\sqrt{x-5} - \sqrt{9-x} = 1$;

3) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$;

4) $2\sqrt{2-x} - \sqrt{7-x} = 1$.
3. Решить систему:

$$\begin{cases} \sqrt[4]{x+y} + \sqrt[4]{x-y} = 4, \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 8; \end{cases}$$

Решите уравнение:

1) $\sqrt{3x+10} = x$;

2) $\sqrt{x+2}\sqrt{x-1} = 4x+8$.
4. Решить неравенство:

1) $\sqrt{x+2} > x$;

2) $\sqrt{2x+14} > x+3$;

3) $\sqrt{x^2-5x-24} \geq x+2$;

4) $\sqrt{x^2+4x-5} > x-3$.
5. Задание с параметром

Для каждого значения параметра a решите уравнение:

Решите уравнение:

1) $\sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x+1} = 6$;

2) $\sqrt{x+1} - \sqrt{12-x} = 1$;

3) $\sqrt[3]{4-x} + \sqrt[3]{x+5} = 4$.

$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}, \\ x+y=5; \end{cases}$

$\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9};$

$\frac{\sqrt{x^2-3x-4}-3x+16}{6-x} > 1.$

$2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} = a-x.$

Спецификация контрольной работы по теме «Иррациональные уравнения» 10 кл

№ задания	Проверяемый элемент содержания	Проверяемые умения и способы действий	Уровень сложности задания (базовый, повышенный)	Максимальный балл за выполнение задания
1	Решение уравнений.	Умение применять теоретические знания (методы и подходы) при решении уравнений. Запись решения и ответа	Б	4
2	Решение уравнений	Умение применять теоретические знания	П	5

		(методы и подходы) при решении уравнений. Запись решения и ответа		
3	Решение системы уравнений	Умение применять теоретические знания (методы и подходы) при решении систем уравнений. Запись решения и ответа	Б	3
3	Решение неравенства	Умение применять теоретические знания (методы и подходы) при решении неравенств. Запись решения и ответа	Б+П	4
4	Решение уравнений с параметрами	Умение применять теоретические знания (методы и подходы) при решении уравнений и неравенств с параметрами. Запись решения и ответа	П	5
				Всего:21

Оценка выполнения работы

Отметка за работу ставится в соответствие со следующей шкалой:

Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»
Процент выполнения работы	0 – 45%	46 – 69%	70 – 86%	87 – 100%
Количество баллов	0-9	10-14	15-17	18-21

Модуль № 3

Демонстрационный вариант контрольной работы по математике по теме «Итоговая контрольная работа за курс алгебры 10 класса в формате ЕГЭ» 10 кл.

Задания 1 части ЕГЭ (оцениваются в 1 балл)

1. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{4}{4-7x}} = 0,4$.

3. Найдите корень уравнения $9^{x-10} = \frac{1}{3}$.

4. Найдите корень уравнения $\frac{1}{2x+5} = \frac{1}{3x-5}$.

6. Найдите значение выражения $\frac{-17 \sin 108^\circ}{\sin 54^\circ \cdot \sin 36^\circ}$.

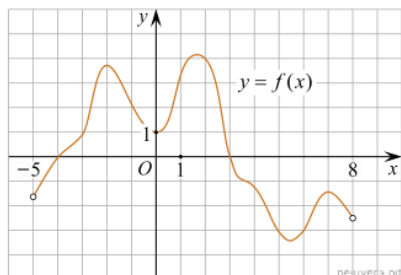
7. Найдите значение выражения $(11a^4 \cdot b^2 - (6a^2b)^2) : (5a^4b)$ при $b = 1$.

$$\frac{16^{2,3}}{4^{2,6}}.$$

8. Найдите значение выражения

9. Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



11. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.

13. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по

формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 48 километров?

14. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

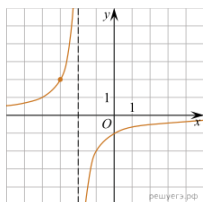
$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

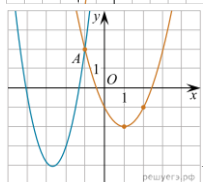
15. Автомобиль, масса которого равна $m = 2000$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $S = 1000$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю (тяги двигателя),

равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, равна 1600 Н. Ответ выразите в секундах.

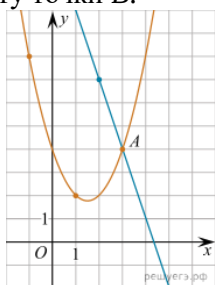
17. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.



18. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $f\left(6\frac{1}{3}\right)$.



19. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 2x^2 + 11x + 11$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



20. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -3x + 13$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.

23. Найдите наименьшее значение функции $y = 14 \sin x + \frac{72}{\pi}x + 26$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

24. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3x + 7$ на отрезке $[0; 13]$.

26. Найдите наибольшее значение функции $y = x + \frac{9}{x}$ на отрезке $[-4; -1]$.

Задания с развернутым решением (оцениваются в соответствии с критериями):

27. а) Решите уравнение $\frac{\cos x - 1}{\cos x} + 2 \operatorname{ctg} x \cdot \sin x = 0$.

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

28. а) Решите уравнение $8 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 9$.

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

29. а) Решите уравнение $\sin x \cos 2x + \sin x = \sqrt{3} \cos^2 x$.

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания заданий 27-31	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ	1

получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

$$\frac{2022^{\cos 2x} - 2022^{\cos x}}{\sqrt{-2021 \sin x}} = 0.$$

31. а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -\frac{9\pi}{2}\right]$.

36. Решите неравенство: $x\sqrt{8} - 7x + 14\sqrt{8} > 57$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

38. В январе 2020 года Борис взял кредит в банке на сумму 4 200 000 рублей. По договору с банком Борис должен был погасить долг двумя равными платежами в феврале 2021 года и феврале 2022 года, при условии, что в январе 2021 года и январе 2022 года сумма оставшегося долга увеличивается на 10%. В феврале 2021 года Борис сделал первую выплату в соответствии с договором. После этого ему удалось договориться с банком о рефинансировании кредита и уменьшить процент, на который сумма долга вырастет в январе 2022 года, до 7%. Какую сумму сэкономит Борис на рефинансировании своего кредита?

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

40. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением/включением точки $a = -9$ и/или $a = 3$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-9; 3)$ множества значений a , возможно, с включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения параболы и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

41. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-3)(3x-9-y) = |x-3|^3, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением/исключением точки $a = -3$	3
С помощью верного рассуждения получен один из промежутков множества значений a : $(-4; -3)$ или $(-3; -2)$; возможно, с включением граничных точек	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения парабол и прямых (аналитически и графически) ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл:	4

42. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + \sqrt{a-x})^2 = (2x+1 + \sqrt{a-x})^2$$

имеет единственный корень на отрезке $[-1; 1]$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получены все значения a , но допущена арифметическая ошибка	3
С помощью верного рассуждения получены все значения a , но пропущена одна из точек $a = -1$ или $a \geq 1 - \sqrt{2}$	2
Задача верно сведена к исследованию возможного значения корней уравнения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

43. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 9)^2 + (y - 5)^2 = 9, \\ (x + 3)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены оба верных значения параметра, но – или в ответ включены также и одно-два неверных значения (неучтено условие $a > 0$); – или решение недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получено хотя бы одно верное значение параметра	2
Задача сведена к исследованию: – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром 1	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4
Максимальное количество баллов	4

45. Найдите все целые отрицательные значения параметра a , при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $20b \geq 6|2a + b| + 2|b - 2| - |2a - b| - 5|4a^2 - b + 2|$ не выполнено.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4

С помощью верного рассуждения получено все значения a , но ответ содержит лишнее значение.	3
С помощью верного рассуждения получены все решения уравнения	2
Задача верно сведена к исследованию возможного значения корней уравнения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

46. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|(2x - a)^2 - |x| - 28| + 2|x| = 16$ имеет ровно три решения.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получен ответ, но в решении допущена вычислительная ошибка или оно недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получен ответ, но в ходе решения допущена одна ошибка, отличная от вычислительной	2
Получены некоторые верные значения параметра, однако решение содержит более одной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

47. Дано трехзначное натуральное число, не кратное 100.

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 89?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 86?

в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующих результатов: — пример в п. а; — обоснованное решение п. б; — обоснование в п. в того, что S может принимать все целые значения (отличные от -1 и 1);	1

— обоснование в п. в того, что равенства $S = -1$ и $S = 1$ невозможны.	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	530816	-3
2	514036	1
3	2947	9,5
4	513419	10
5	505097	2
6	96871	-34
7	66927	-5
8	63051	16
9	6007	0,5
10	7069	5
11	119975	60
12	323383	6
13	42635	178,75
14	319859	35
15	517234	50
16	639747	9,6
17	109209	36
18	508981	-0,24
19	509263	167
20	509160	22
21	509076	79
22	509421	5
23	70487	-41
24	642020	-2
25	3829	-15
26	77474	-6
27	622377	а) $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$.

28	514554	а) $\left\{ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{7\pi}{6}$.
29	642778	а) $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{3\pi}{2}$.
30	517459	а) $\left\{ \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$.
31	624488	а) $\left\{ -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{14\pi}{3}$.
32	637818	б) $\arccos \frac{1}{36}$.
33	637453	$(3; 4) \cup (4; 7) \cup (8; +\infty)$.
34	533831	$(1; 2)$.
35	508533	$[-1; 4)$.
36	508447	$(-\infty; \sqrt{8} - 7)$.
37	514675	$[0; 3) \cup (3; 7]$.
38	561179	66 000 рублей.
39	627641	б) 5.
40	643675	$a = -13; -9 \leq a < 3$.
41	514621	$a \in (-4; -3) \cup (-3; -2)$.
42	525028	$a \geq 1 - \sqrt{2}; a = -1$.
43	485952	$\sqrt{61} - 3$ или 16.
44	654670	система имеет единственное решение $(0; 1)$ при $a = -1$.
45	518963	-1.
46	563302	± 10 .
47	521670	а) да; б) нет; в) 91.

№ п/п	№ задания	Ответ
1	530816	-3
2	514036	1
3	2947	9,5
4	513419	10

5	505097	2
6	96871	-34
7	66927	-5
8	63051	16
9	6007	0,5
10	7069	5
11	119975	60
12	323383	6
13	42635	178,75
14	319859	35
15	517234	50
16	639747	9,6
17	109209	36
18	508981	-0,24
19	509263	167
20	509160	22
21	509076	79
22	509421	5
23	70487	-41
24	642020	-2
25	3829	-15
26	77474	-6
27	622377	a) $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$.
28	514554	a) $\left\{ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{7\pi}{6}$.
29	642778	a) $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{3\pi}{2}$.
30	517459	a) $\left\{ \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$.
31	624488	a) $\left\{ -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{14\pi}{3}$.
32	637818	б) $\arccos \frac{1}{36}$.

33	637453	$(3; 4) \cup (4; 7) \cup (8; +\infty)$.
34	533831	$(1; 2)$.
35	508533	$[-1; 4)$.
36	508447	$(-\infty; \sqrt{8} - 7)$.
37	514675	$[0; 3) \cup (3; 7]$.
38	561179	66 000 рублей.
39	627641	б) 5.
40	643675	$a = -13; -9 \leq a < 3$.
41	514621	$a \in (-4; -3) \cup (-3; -2)$.
42	525028	$a \geq 1 - \sqrt{2}; a = -1$.
43	485952	$\sqrt{61} - 3$ или 16.
44	654670	система имеет единственное решение $(0; 1)$ при $a = -1$.
45	518963	-1.
46	563302	± 10 .
47	521670	а) да; б) нет; в) 91.

1. Решите уравнение (1-2 ур-я)

1) $\sqrt{(2x+3)(x-4)} = x-4$;

2) $\sqrt{(x-2)(2x-5)} + 2 = x$;

3) $(x+2)\sqrt{x^2-x-20} = 6x$

4) $(x+1)\sqrt{x^2-5x+5} = x +$

Решите уравнение:

1) $\sqrt{3x+10} = x$;

2) $\sqrt{x+2}\sqrt{x-1} = 4x+8$.

2. Решите уравнение (1-2 ур-я)

Решите уравнение:

1) $\sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} = 2$;

2) $\sqrt{x-5} - \sqrt{9-x} = 1$;

3) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$;

4) $2\sqrt{2-x} - \sqrt{7-x} = 1$.

1) $\sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x+1} = 6$;

2) $\sqrt{x+1} - \sqrt{12-x} = 1$;

3) $\sqrt[3]{4-x} + \sqrt[3]{x+5} = 4$.

3. Решить систему:

$$\begin{cases} \sqrt[4]{x+y} + \sqrt[4]{x-y} = 4, \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}, \\ x+y=5; \end{cases}$$

4. Решить неравенство:

1) $\sqrt{x+2} > x$;

3) $\sqrt{x^2-5x-24} \geq x+2$;

2) $\sqrt{2x+14} > x+3$; 4) $\sqrt{x^2+4x-5} > x-3$.

$$\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9};$$

$$\frac{\sqrt{x^2-3x-4}-3x+16}{6-x} > 1.$$

5. Задание с параметром

Для каждого значения параметра a решите уравнение:

$$2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} = a-x.$$

Отметка за работу ставится в соответствие со следующей шкалой:

Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»
---------	-----	-----	-----	-----

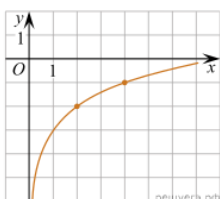
Процент выполнения работы	0 – 45%	46 – 69%	70 – 86%	87 – 100%

Модуль № 1

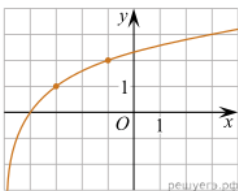
Демонстрационный вариант контрольной работы по математике
по теме «Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики»

Модульная работа № 1 по теме «Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики»

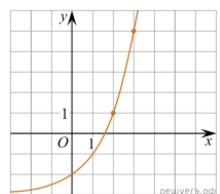
1. Постройте график функции. Ответить на вопросы по свойствам данной функции. Например:
 $y = \log_{0,2}(x-2)+5$, $y=2^{-x+1}$. (Несколько графиков)
2. Постройте график функции $y = |3 \cdot 3^x - 3|$. Ответить на вопросы по свойствам данной функции.
3. График композиции функций при решении уравнений. №№ 2.27(1,2)-2.28; №№ 5.27- 5.30.
4. Показательная и логарифмическая функция в задачах ЕГЭ:



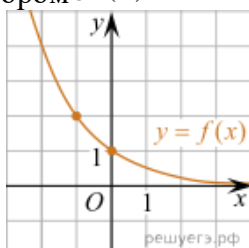
А). На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(32)$.



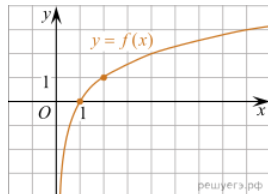
Б). На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(11)$.



В). На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 29$.



Г). На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(4)$.



Д). На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(16)$.

4. Наибольшее и наименьшее значение показательной и логарифмической функции. №№ 1.32-1.34; №№ 5.9-5.12.

5. Задание с параметром. №№ 2.24-2.26 и др.

Возможно получение дополнительных баллов к модульной работе за устно-письменную часть при изучении модуля

Спецификация контрольной работы по теме «Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики» 10 кл.

№ задания	Проверяемый элемент содержания	Проверяемые умения и способы действий	Уровень сложности и задания (базовый, повышенный)	Максимальный балл за выполнение задания
1	Графики функций с преобразованиями. Свойства функции.	Умение строить графики функций, применяя преобразования графиков. Запись решения	Б	4
2	График функции с преобразованиями. Свойства функции.	Умение строить график функции, применяя преобразования графиков. Запись решения	П	4
3	Сравнить значения функции в различных точках области определения. Решение уравнений и неравенств с помощью графиков функций.	Знание свойств функции для сравнения значений функции в точках. Умение применять графический метод при решении уравнений и неравенств.	Б+П	4
4	Наибольшее/наименьшее значение функции на промежутке	Знание свойств функций для определения для вычисления значения выражения функции на промежутке или ответ на другой вопрос – свойства функции. Запись решения и ответа	Б+П	3
5	Решить уравнение с параметром или другое нестандартное задание	Умение решать простейшие уравнения с параметром, учитывая свойства функции. ИЛИ выполнение другого нестандартного задания. Запись решения и ответа	П	4
				Всего:19

Оценка выполнения работы

Отметка за работу ставится в соответствие со следующей шкалой:

Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»
Процент выполнения работы	0 – 45%	46 – 69%	70 – 86%	87 – 100%
Количество баллов	8	9-13	14-16	17-19